文章编号：1000-4750(2017)03-0036-11

材料、构件、结构的“屈服点”定义与讨论

冯　鹏，强翰霖，叶列平

(清华大学土木工程系，北京 100084)

摘　要：“屈服点”是工程结构研究和设计中一个极为关键的性能点，是衡量延性、屈强比等性能的前提，但在当前结构设计中尚缺少统一的定义。随着新型结构材料的不断出现，新的构件行为也在不断出现，作图法、等能量法、残余塑性变形法等确定屈服点的方法不能适用。该文首先从材料层次基于金属单轴拉伸屈服点的定义，给出了金属、混凝土和纤维增强复合材料等典型材料的屈服点定义的统一表述；再从构件和结构层次，基于应用条件与物理本质，明确了屈服点的定义方法，为新型材料构件、结构设计提供了依据，并对钢筋混凝土梁和短柱使用此方法进行了讨论。此外，还建议采用“最远点法”确定构件和结构的屈服点，该方法具有明确的物理含义，且适用性广、适合于电算。通过分析构件和结构的试验结果表明建议的屈服定义和提出的最远点法具有一致性和合理性，从而从基本原理和定义方法上明确了材料、构件和结构屈服点。

关键词：材料；构件；结构；屈服；延性；双线性；变形能

中图分类号：TU31　　**文献标志码：**A　　doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.03.0192

DISCUSSION AND DEFINITION ON YIELD POINTS OF MATERIALS, MEMBERS AND STRUCTURES

FENG Peng , QIANG Han-lin , YE Lie-ping

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The yield point is a very critical characteristic of structural performance in design and research of engineering structures, which is the basis of evaluating properties such as ductility, yield-ultimate ratio and so on. However, there is no unified definition and expression for yield point of structures. With the development of new mechanical behavior of emerging structural materials, the existing graphic method, the equivalent energy method, and the residual plastic deformation method are not suitable for them. In this paper, a unified expression of yield point for the typical materials including steel, concrete and fiber reinforced polymer is given based on the original definition of metal yielding under uniaxial tension. Then, for structural members and structures, the definition of the yield point based on the application conditions and the physical reality is proposed, which provides the basis for design of emerging material structures. As examples, this definition is applicable for reinforced concrete beams and short columns. Furthermore, a simplified method named Farthest Point Method is given, which has a specific physical meaning and a wide applicability. This method is more suitable for the computer programming. Based on existing experimental results of members and structures, the rationality of the farthest point method is verified by comparing the yield points defined by farthest point method and the presented definition. Thus, an explicit and unified definition for yield points of materials, members and structures is given in terms of the fundamentals and determination approach.

Key words: materials; members; structures; yield; ductility; bilinear; deformation energy

———————————————

收稿日期：2016-03-17；修改日期：2016-07-11

基金项目：国家自然科学基金项目(51522807，51478246)

通讯作者：冯　鹏(1977—)，男，陕西耀县人，教授，博士，博导，从事结构工程研究(E-mail: fengpeng@tsinghua.edu.cn).

作者简介：强翰霖(1993—)，男，江苏南京人，博士生，从事结构工程研究(E-mail: qhl15@mails.tsinghua.edu.cn)；

叶列平(1960—)，男，江苏扬州人，教授，博士，博导，从事结构工程研究(E-mail: ylp@tsinghua.edu.cn).

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

屈服是源于工程材料所具有一种特定的力学特征，通常对应于塑性变形的开始或是弹性模量开始显著降低，是材料力学行为发生质变的一个关键的转变行为。在构件和结构中，其力学行为可以用广义力-变形曲线来进行表达，按照研究或分析的层次，力-变形关系有具体的物理参数和相应的曲线形状，对应于材料——主要为应力-应变曲线、构件截面——如受弯构件的弯矩-曲率曲线等、构件——如梁的荷载-跨中挠度曲线等、结构——如钢筋混凝土框架的荷载-层位移曲线等。这些宏观的力-变形曲线，在分析和设计中都需要在这些曲线上确定一点对应于力学行为的转变，称为“屈服点”。

屈服点的定义最初源于金属材料，取自金属应力-应变曲线上的一个关键状态点，用于标识从弹性向塑性的过渡，一般对于有明显转折点的应力-应变曲线，转折点即为屈服点，对于无明显转折点的应力应变曲线，通常以发生微量的塑性变形(0.2%)的时刻作为屈服点。而对于非金属材料和构件、结构而言，其广义力-变形关系一般都没有明显的转折点，屈服点也没有统一定义。近年，随着新型结构形式的不断出现和高性能结构材料[1]的应用推广，不同的力-变形关系不断出现，使得现有的屈服点确定方法不能直接推广。但屈服点是衡量延性、屈强比等性能的前提，也是工程结构设计的重要参考，不统一的屈服点定义造成不统一的结构行为描述，因此有必要从设计需求和物理本质出发对“屈服点”进行讨论，获得一个合理的、统一的屈服点定义。本文将综述已有的屈服点定义方法，分析屈服点的物理本质和应用意义，以提出一个适用性更广的屈服点定义方法。

1　已有屈服点的定义方法

实际上，在此前研究中对无明显转折点的力学行为的屈服点尚无统一的定值方法[2]，已有诸多文献中提出了各自的方法，主要包括以下。

1) 作图法一：(图 1(a))作直线 OA 与初始段相切，与过峰值点的水平线交于 A 点，作垂线 AB 与曲线交于 B 点，连 OB 并延伸与水平线交于 C 点，将 C 点的位移作为屈服位移在曲线上对应的点为屈服点[2]。该方法目前应用较多，但作图过程中初始刚度的确定将对最终屈服点的确定产生较大的影响。

2) 作图法二：(图 1(b))令广义力峰值的 0.75 倍在曲线上对应的点为 A 点，过原点和 A 点作直线与过曲线峰值点的水平线交于 B 点，将 B 点的位移作为屈服位移在曲线上对应的点为屈服点[3]。该方法屈服荷载系数 0.75 的确定本身就具有一定的随意性，不少文献还用了其他的取值[4]。

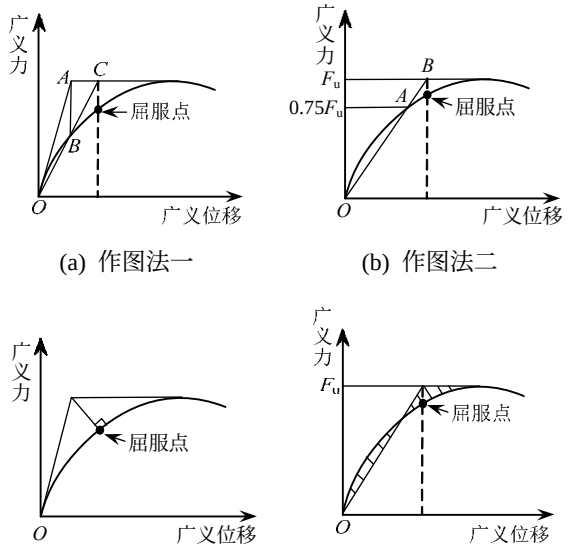
3) 作图法三：(图 1(c))曲线初始段切线与末尾段切线相交于一点，过该点作曲线的垂线，则垂足为屈服点[5]。此方法与 1)有类似的问题，目前也应用较少。

作图法虽然能方便地确定一个屈服点，但与结构或材料塑性变形之间的关系缺乏直接明确的物理意义；并且在实际确定过程中，依赖于初始刚度的确定，初始刚度取值人为随机性大，较小变化就会造成较大的差别；也不便于电算分析。

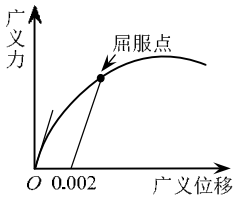
4) 等能量法：(图 1(d))用包络面积相等的理想弹塑性二折线代替原来的曲线，将二折线拐点的位移作为屈服位移在曲线上对应的点为屈服点[3]。该方法不能通过作图获得屈服点，需要用数值积分试算；且对具有二次刚度的双线性构件将得到不合理的结果，详见 4.1 节。

5) 残余塑性变形法：(图 1(e))套用金属材料的规定，以塑性残余变形为 0.2%确定屈服点。方法直接将金属材料单轴屈服点推广到构件、结构中，会出现不合理的情况。

综上，已有的屈服点的定义在物理本质和实际应用中存在一些不足，因此在物理本质上需要进行更深入的探讨，在实际应用上也有必要寻求更为明确合理的定值方法。



?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net



(e) 残余塑性变形法

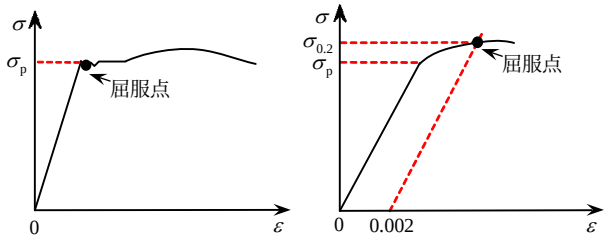
图 1 文献中已有的屈服点定义方法

Fig.1 Existing definition methods of yield point

2 典型材料的屈服点

对于理想弹塑性的金属，如图 2(a)所示的低碳钢，屈服点为屈服平台的下限，可以近似认为屈服点是应力-应变曲线上塑性变性为 0，即材料处于完全弹性状态的最高点，材料可以正常工作而没有发生破坏。而一旦到达屈服点以后，金属材料内部微观构造将发生一系列的突变，如晶体滑移、孪生、晶界滑动、扩散性蠕变等[6]，宏观上则表现出明显的塑性变形。

对于无流幅钢(图 2(b))，存在比例极限点、弹性极限点，但没有明显转折点。通常工程中约定塑性残余变形不超过 0.2%即处于工程可接受的范围，基本处于“弹性状态”，这样材料的可用强度即可由图中的 σ_p 上升到 $\sigma_{0.2}$。这是一个工程约定值，而非物理行为上的变化点。



(a) 有流幅钢 (b) 无流幅钢

图 2 金属材料的典型拉伸应力-应变曲线

Fig.2 Typical tensile stress-strain relation of metallic material

根据以上对于金属材料屈服点的定义，可以总结出工程中材料屈服点的 4 点特征：

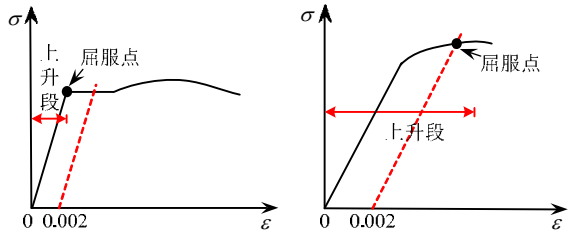
1) 屈服点处本质性能发生变化；

2) 屈服点处的塑性残余变形不超过 0.2%；

3) 屈服点位于应力应变曲线上升段(切线模量>0)；

4) 屈服点不应在材料受力的初始阶段。

由以上 4 点特征，可以给出材料屈服点或破坏点的一般性的定义：对于当前材料，应力-应变曲线上升段上塑性残余变形不超过 0.2%的应力最大点，则该点定义为屈服点；如果该点与材料峰值点重合，说明该材料没有“屈服”这一力学特性，此时为破坏点。图 3 给出了应用该方法定义的钢材单轴拉伸屈服点。对于金属材料的多向受力情况，则需引入一定的屈服法则，如 von Mises 法则[7]等。

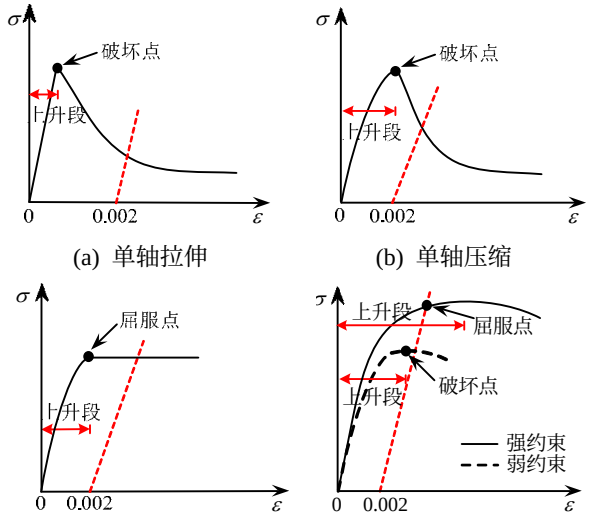


(a) 有流幅钢 (b) 无流幅钢

图 3 钢材应力-应变曲线及屈服点

Fig.3 Stress-strain relation and yield point of steel

对于混凝土材料，其本构关系较金属材料显得更为复杂，学者们针对不同的受力状况进行了大量的试验和理论研究，在此基础上，给出了混凝土单轴拉伸、单轴压缩、正截面受弯时受压区[8]和主动约束混凝土[9]的应力-应变模型。对于图 4(a)、图 4(b)中的混凝土单轴拉伸和单轴压缩曲线而言，混凝土存在破坏点而无屈服点；经过简化的混凝土受弯正截面计算曲线则存在屈服点，这是对正截面上受压区混凝土宏观行为的一个描述，图 4(c)给出了应用上述方法定义的正截面受弯时(受压区)的屈服点；图 4(d)中的主动约束混凝土应力应变关系，强约束混凝土存在真实的屈服行为，而弱约束混凝土的屈服并不明确。对于混凝土复杂受力情况，同样需要引入一定的破坏准则，如 Brester-Pister 法则、Willam-Warnke 法则、江见鲸五参数法则[10]等。



(a) 单轴拉伸 (b) 单轴压缩

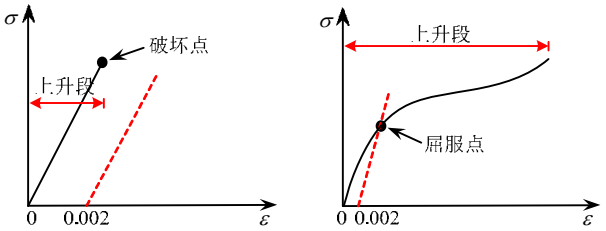
(c) 混凝土受弯正截面计算 (d) 主动约束混凝土

图 4 混凝土应力-应变曲线及破坏点、屈服点

Fig.4 Stress-strain relation and yield point and failure point of concrete

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

对于纤维增强复合材料在单轴拉伸试验时，当微观上纤维沿着力的轴向分布时，宏观上其一般呈现为线弹性，如图 5(a)，破坏之前几乎没有残余变形，可认为是没有“屈服”这个力学特性的，只存在破坏点而没有屈服点；但是复合材料板中的纤维方向与受力方向成±45°时，宏观上则会表现出较为明显屈服行为，同样可以定义屈服点，如图 5(b)所示。对于复材材料的多维受力情况，破坏法则一般有 Hoffman 法则、Tsai-Wu 法则[11]等。



(a) 纤维沿力的轴向分布　(b) 纤维与力的轴向成±45°

图 5　复合材料板应力-应变曲线及屈服点、破坏点

Fig.5　Stress-strain relation and yield point and failure point of fiber reinforced polymer plates

综上，上述定义可用于确定金属、混凝土、复合材料等材料的屈服点或破坏点。

3　构件屈服点

3.1　构件和结构屈服点的两个确定基准

构件中由于有多种材料且在不同的位置，其中某一材料的屈服并不能代表整体的屈服，因此构件屈服点的定义就存在着多种选择。同时，构件宏观力学性能多样，如图 6(a)~图 6(d)中复合材料桥面板[12]、钢筋混凝土适筋梁[13]、复合材料加固钢筋混凝土梁[14]、钢-PVC-复合空心混凝土柱[15]、钢管内置复合材料约束混凝土组合柱[16−17]的试验曲线，分别代表线弹性、理想弹塑性、双线性、三线性、多折线性等典型类型的构件。屈服点在工程设计中还具有标识出现不可恢复变形的意义。因此，构件屈服点的定义应参照两个基准：一方面是描述构件中某一部分或全部实际进入塑性的特征点，另一方面是构件设计中为满足安全性和适用性要求，确定的构件正常使用的上限，通常是弹性状态的上限。但这两者并不一定完全重合。

设计规范中一般并不明确给出构件屈服点的定义，对于目前普遍使用的混凝土、钢构件，采用设计值及极限承载力设计方法一般都能保证构件在正常使用时处于弹性状态(按标准值计算)而不需另外验算，同时具有一定的基本安全储备和附加安全储备[18]。而对于目前所出现的许多新型构件(如配置复合材料的构件)，其抗力曲线具有明显的屈服后刚度[19]，采用设计值及极限承载力设计方法要保证构件在正常使用时处于弹性状态(按标准值计算)，就需要明确构件的屈服点并进行验算。

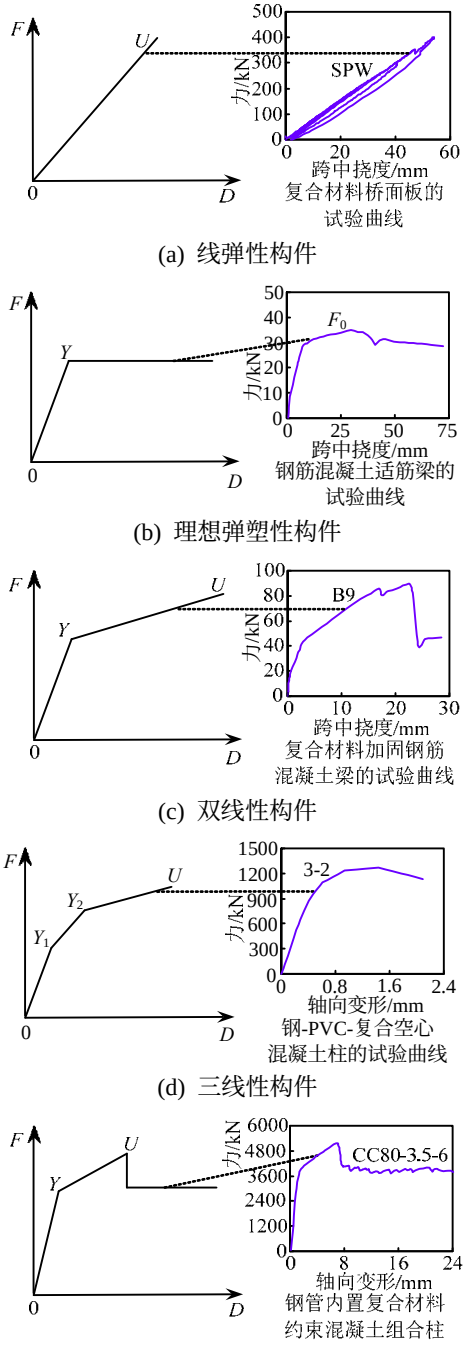


图 6　几类典型构件的试验曲线和简化曲线

Fig.6　Experimental and simplified load-deformation curves of several typical structural members

基于以上分析，提出一个构件和结构的屈服点的确定流程，如图 7 所示，包括了构件、结构的性能分析到设计应用。材料构成构件，构件组成结构，

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

结构或构件的工程需求一般包括：安全性、适用性、耐久性。其中“安全性”一般包括两个层次：1) 在正常使用时或常遇荷载时(包括小震)，构件或结构需处于弹性状态下而不能明显进入塑性(小震不坏)，屈服点通常为这个设计要求的上界；2) 对于难以预测的或偶遇荷载时(包括中震、大震)，构件或结构可以进入塑性但需有足够的安全储备(中震可修、大震不倒)；“适用性”和“耐久性”则包括构件裂缝、挠度、耐腐蚀性等需满足使用需求，通常屈服点应高于这个设计要求。因此，在构件分析中首先需要找到构件宏观行为中弹性与塑性的界限，而这一“界限”即为构件屈服点。确定屈服点后，即可用于考察构件的两项基本力学性能：1) 屈服点作为构件正常使用的上限；2) 考察构件的延性($\mu=D_u/D_y$)或安全储备。在将大量同类构件的力学性能与工程需求反复、多次对比的过程中，即可为提出、优化该种构件设计方法提供经验基础，以设计出经济合理高效的工程用构件。

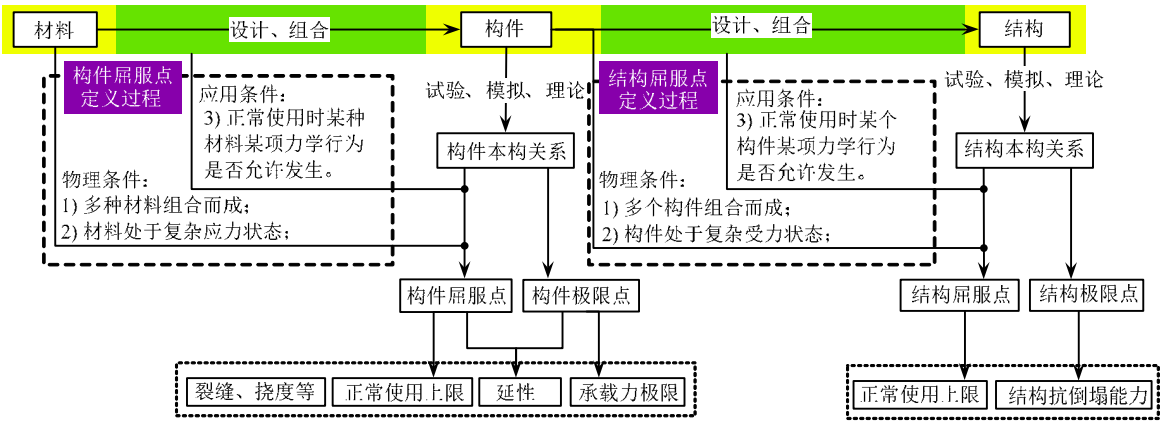


图 7 构件、结构的性能分析与设计应用过程中屈服点的定义作用

Fig.7 Performance analysis and definition of yield points in design and application of members and structures

3.2 构件屈服点的定义方法

如图 7 所示，构件由材料组成，材料本身是客观存在的，而组合材料的过程则是人为的、主观的，因此，构件屈服点的确定必然受两个条件影响，物理条件和应用条件。具体而言，构件“屈服”作为构件应用条件，为宏观行为的弹性与塑性界限点，其本质是构件发生了超出可接受范围的塑性变形，因此构件屈服包含两方面含义：1) 构件发生弹性破坏，进入塑性(物理条件)；2) 超出使用者的可接受范围(应用条件)。

对于 1)而言，由于构件实际由材料组成，构件进入塑性的时刻必然由材料控制，一旦材料进入塑性或发生了破坏，该构件也必然不再处于弹性状态。保证构件不屈服的严格条件是构件中任何材料、任何部位都不屈服或不破坏。对于 2)而言，工程设计中对构件性能存在确定的设计预期，主要根据构件的宏观力学行为是否发生了显著的变化来确定，某部分材料即使发生弹性破坏或少量塑性变形，构件仍能满足工程需求，例如，钢筋混凝土适筋梁中的混凝土开裂。因此，构件不屈服的条件应为构件中主要材料或主要部分不屈服或不破坏。其中的“主要材料”和“主要部分”在设计中应该是明确的。

综上，构件屈服点的定义应为基于物理本质的设计应用的判断，分为两步：第 1 步基于设计条件，根据工程实际使用需求和设计目标，判定构件中各部分的各项力学行为在正常使用时是否允许发生；第 2 步基于物理条件，除材料允许发生的力学行为外，构件在某特定荷载作用下，构件中某一材料部分或全部率先到达材料屈服点或破坏点时所对应构件抗力(P-Δ)曲线上的点，称为构件的屈服点。

需要说明的是，同类材料同项力学行为是否允许发生需要视构件设计需求而定。如混凝土开裂，在适筋梁中被允许，但在少筋梁中则不允许发生。

3.3 构件屈服点定义的实例讨论

3.3.1 钢筋混凝土梁

对于钢筋混凝土梁，受拉钢筋屈服时刻在构件抗力曲线上对应的点一般被默认为梁屈服点[2]，如图 8(a)所示。

为考虑构件实际力学行为，需同时考虑钢筋屈服和混凝土(受压)屈服以判断梁是否产生超出可接受范围的塑性变形而失效。混凝土本构采用图 4(c)，采用上述构件屈服点的定义，不同配筋率的梁抗力曲线及材料的力学行为发展如图 8(b)所示。由此可

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

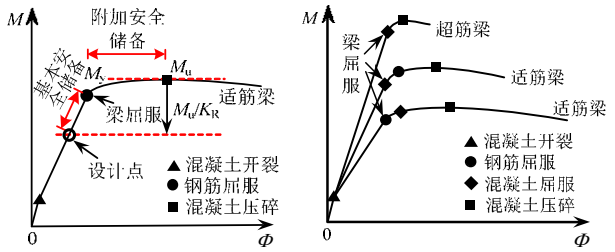
见，当配筋率较小时，钢筋屈服先于混凝土屈服发生，构件屈服由钢筋屈服控制。当配筋率较大时，有可能混凝土屈服先于钢筋屈服发生，构件屈服由混凝土屈服控制。当钢筋屈服与混凝土屈服同时发生时，记此时配筋率为 ρ_b，下面根据图 9 推导 ρ_b 的值：

$$\frac{2}{3}f_c bx = f_{ys}A_s \tag{3}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{f_{ys}/E_s} = \frac{x}{h_0 - x} \tag{4}$$

可得：

$$\rho_b = \frac{2f_c}{3f_{ys}} \cdot \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \dfrac{f_{ys}}{E_s}} \tag{5}$$



(a) 传统定义方法　　(b) 本文中屈服定义方法

图 8　钢筋混凝土梁屈服点定义方法

Fig.8　Definition methods of yielding for RC Beam

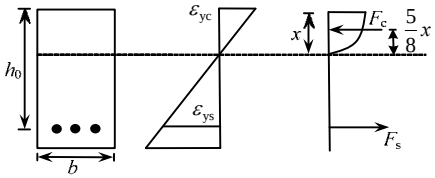


图 9　钢筋屈服与混凝土破坏同时发生时刻的梁截面

Fig.9　Beam cross-section state as the bar yields and concrete fails at the same time

当 $\rho < \rho_b$ 时，钢筋先于混凝土屈服，根据现有的工程设计方法，有 $M_y \approx M_u$，当 $\rho > \rho_b$ 时，混凝土先于钢筋屈服，此时仍有 $M_y \approx M_u$ (图 10)，采用

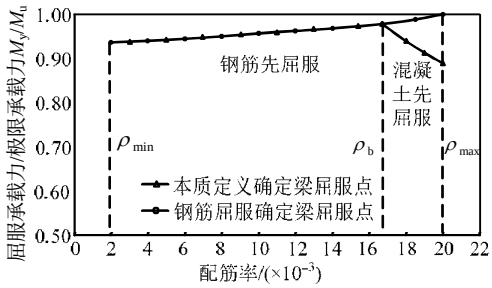


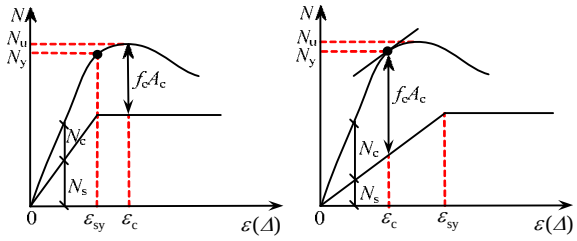
图 10　不同配筋率混凝土梁的 M_y/M_u(取 HRB400，C30)

Fig.10　M_y/M_u of reinforced concrete beams with different reinforcement ratio (HRB400, C30)

设计值、极限承载力设计方法一般可以保证构件正常使用时处于弹性状态而不需另外验算。因此上述屈服点定义适用于现行极限承载力设计方法。

3.3.2　钢筋混凝土短柱

在钢筋混凝土柱中[2]，钢筋本构采用图 3(a)，混凝土本构采用图 4(b)，根据钢筋屈服应变与混凝土破坏应变(峰值应变)关系可将柱轴力变形关系分为两类：当 $\varepsilon_y < \varepsilon_p$ 时如图 11(a)所示，柱屈服由钢筋控制；当 $\varepsilon_y > \varepsilon_p$ 时如图 11(b)所示，柱屈服由混凝土控制。工程设计中，一般不采用高强钢筋，以保证混凝土达到极限压应变之前钢筋屈服。因此柱构件屈服一般由钢筋屈服控制。



(a) $\varepsilon_y < \varepsilon_p$　　(b) $\varepsilon_y > \varepsilon_p$

图 11　轴心受压柱的应力和变形

Fig.11　Load deformation relation of column subject to axial compression

4　屈服点定义的简化方法

4.1　最远点法

对于较为简单的构件，各部分受力状态比较明确，能采用以上方法定义屈服点。但对于较复杂的构件：材料组成较多或材料处于多轴应力状态，很难通过上述的方法得到明确屈服点。基于宏观力学行为给出一个简化方法确定屈服点更有意义。等能量法和作图法均属于简化方法。因此，确定构件屈服点的实际操作流程应如图 12 所示。

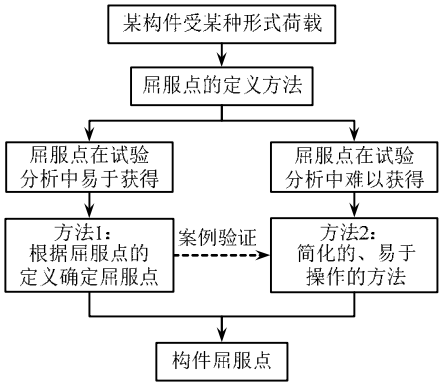


图 12　确定构件屈服点的实际操作流程

Fig.12　Proposed procedure for determination of yield points of members

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

作者在文献[16]中首次采用了一种屈服点定义的简化方法，最远点法：曲线上距离原点和峰值点连线最远的点为屈服点；如果有多个点，一般可按照这些点的荷载值取平均，对应到曲线上得到屈服点。具体如图 13：在构件力-变形曲线上，以原点与峰值点连线的平行线与力-变形曲线的切点为屈服点，且要求平移的距离 d 值不得过小，当有多个切点时一般取 d 值最大的点为屈服点：

$$(F_{ys}, D_{ys}) = \max_{(F_{ys},D_{ys})=(F,D)} d = \frac{|F_p \cdot D - D_p \cdot F|}{\sqrt{F_p^2 + D_p^2}} \quad (5)$$

其中：(F, D)为构件力-变形曲线上任一点坐标；(F_{ys}, D_{ys})为由最远点法确定的屈服点坐标；(F_p, D_p)为峰值点坐标，且有 $0 \le D \le D_p$。该方法与等能量法、作图法等相比具有以下优势：

1) **实用性**：简单可行，易于操作，可编程准确计算，避免人为取值导致的计算差别；

2) **具有物理含义**：曲线上的所有点中，由该方法确定的屈服点作为拐点，得到的双折线下面积与原曲线下面积最接近，即变形能最接近；

3) **通用性**：对于具有明显转折点的理想弹塑性构件，该方法和等能量法、作图法确定的屈服点一致。而对于具有双线性构件，如图 14 所示，由此方法确定的屈服点仍落在拐点上，而由等能量法和作图法确定的屈服点则高于拐点，显然不合理。对于双线性构件，最远点法能取到合理值。

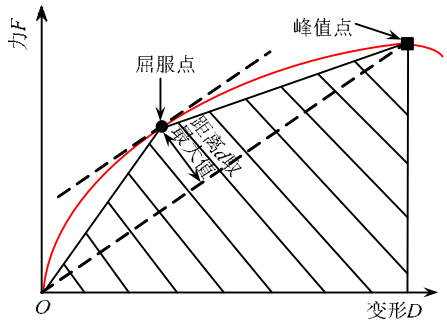
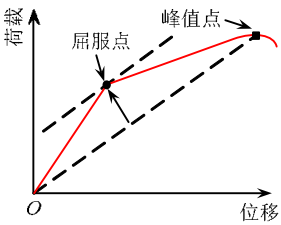
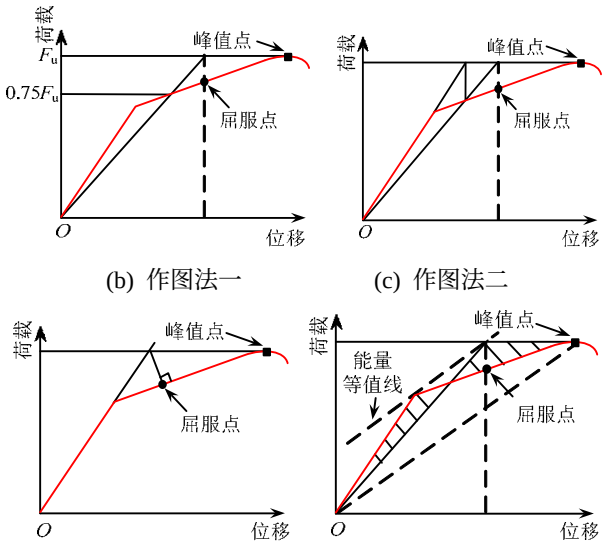


图 13 确定构件屈服点的最远点法

Fig.13 Farthest Point Method for determination of yield points of members



(a) 最远点法



(b) 作图法一 (c) 作图法二

(d) 作图法三 (e) 等能量法

图 14 双线性构件由各种简化方法确定的屈服点

Fig.14 Yield points defined by different simplified methods for bilinear members

4.2 方法验证

采用文献中的构件试验将最远点法与屈服定义确定的屈服点进行对比：文献[15]测试了钢-PVC-复合空心混凝土柱(Double-Skinned Column)轴心受压试件；文献[16]测试了钢管内置复合材料约束混凝土组合柱(SCFC)的轴心受压试件，构件屈服都由外包钢管屈服控制，钢管屈服根据 von Mises 屈服法则判定。文献[13,20—21]对一系列复合材料加固钢筋混凝土梁展开了试验；文献[22]则测试了碳纤维复合材料加固钢筋混凝土柱；文献[23]测试了受拉区填充高韧性水泥基复合材料的钢筋混凝土板试件；文献[24]测试了超高强混凝土梁试件；根据上述屈服定义方法，构件屈服都由纵向钢筋屈服控制。基于以上试验结果由上述屈服定义确定的各构件屈服荷载和最远点法确定的屈服荷载如表 1 所示，图 15~图 22 则给出了各构件由上述屈服定义和最远点法确定的屈服点及屈服荷载和屈服位移的比值(图中 F_{yr}、D_{yr} 为由上述屈服定义确定的屈服荷载和屈服位移；F_{ys}、D_{ys} 为由最远点法确定的屈服荷载和屈服位移)。上述验证表明，由上述屈服定义确定的构件屈服点与采用最远点法确定的构件屈服点较为接近，表明最远点法在实际操作中合理可行。

5 结构屈服点

5.1 结构屈服点的定义方法

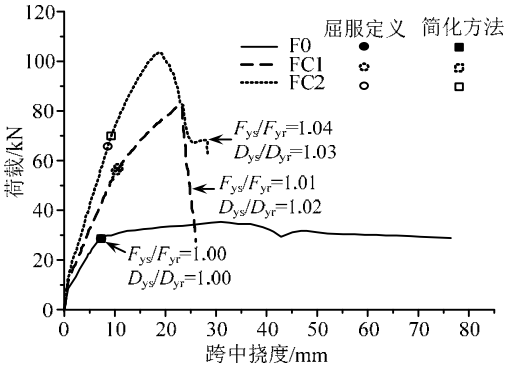
结构屈服点的确定条件与构件类似，同样包括

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

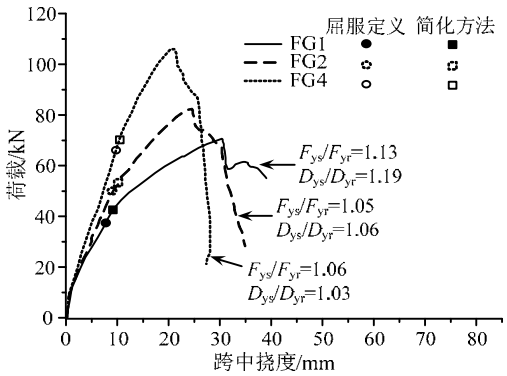
表 1　由屈服定义、最远点法确定文献[13,15—16,20—24]中构件的屈服荷载

Table 1　Determination of yielding load for members from literature[13,15−16,20−24] based on definition and farthest point method

文献	试件类型	试件名	控制材料	屈服荷载/kN	
				屈服定义	最远点法
[13]	RC 梁	F0	钢筋	29.5	29.5
	复材加固 RC 梁	FG1	钢筋	38.5	43.5
		FG2	钢筋	50.6	53.1
		FG4	钢筋	63.0	66.8
	复材加固 RC 梁	FC1	钢筋	48.0	48.5
		FC2	钢筋	65.0	67.6
[15]	Double-skinned	2-3	钢管	880	880
		3-2	钢管	1180	1145
[16]	SCFC	CC30-1.5-4	钢管	1550	1582
		CC30-1.5-6	钢管	1750	2030
[20]	RC 梁	CB	钢筋	43.77	42.45
	复材加固 RC 梁	B90CP	钢筋	57.03	65.58
		B90GP	钢筋	52.15	57.37
[21]	RC 梁	A1	钢筋	66.0	66.0
	复材加固 RC 梁	A2	钢筋	136.0	136.0
		A3	钢筋	132.0	133.3
		B2	钢筋	142.0	147.7
[22]	复材加固 RC 柱	S-NL-1-27	钢筋	71.7	68.1
		S-UL-1-34	钢筋	61.8	59.3
		S-NL-2-39	钢筋	53.3	50.6
[23]	受拉区填充 ECC 的 RC 楼板	SI-C1	钢筋	36.1	42.2
		SI-C2	钢筋	60.1	57.1
		SI-0R1	钢筋	48.5	48.5
		SI-0R2	钢筋	62.6	59.5
[24]	超高强混凝土 RC 梁	NF-0.94%	钢筋	46.0	46.0
		S13-0.94%	钢筋	80.6	79.0
		S30-0.94%	钢筋	79.9	82.3
		NF-1.50%	钢筋	77.9	77.9
		S13-1.50%	钢筋	109.9	108.8
		S30-1.50%	钢筋	105.3	105.3



(a) 试件 F0、FC1、FC2



(b) 试件 FG1、FG2、FG4

图 15　文献[13]中构件屈服点的确定

Fig.15　Definition of yield point for members in literature[13]

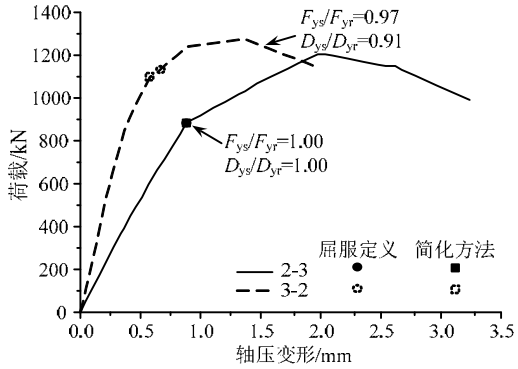


图 16　文献[15]中构件屈服点的确定

Fig.16　Definition of yield point for members in literature[15]

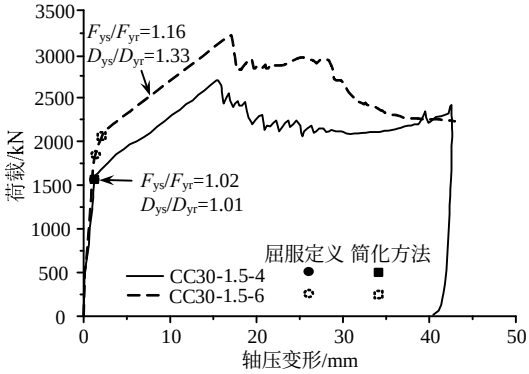


图 17　文献[16]中构件屈服点的确定

Fig.17　Definition of yield point for members in literature[16]

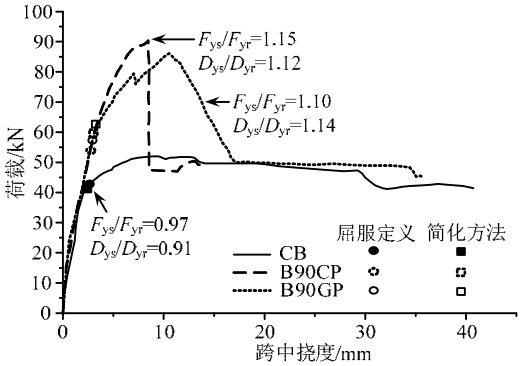


图 18　文献[20]中构件屈服点的确定

Fig.18　Definition of yield point for members in literature[20]

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

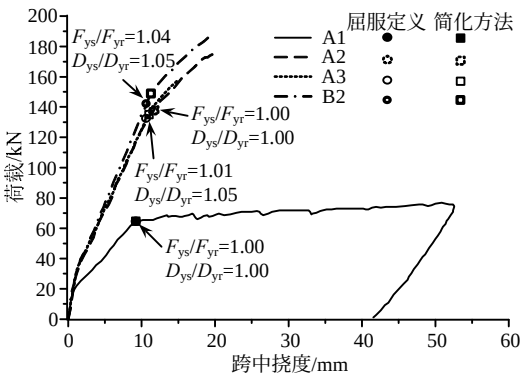


图 19 文献[21]中构件屈服点的确定

Fig.19 Definition of yield point for members in literature[21]

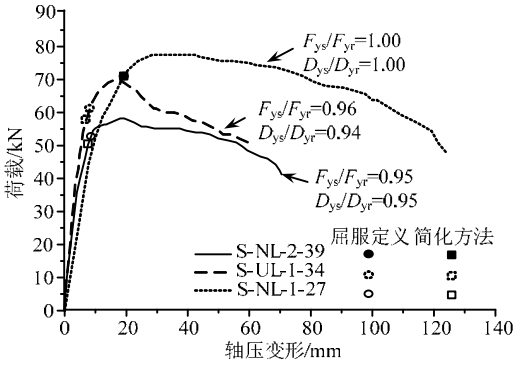


图 20 文献[22]中构件屈服点的确定

Fig.20 Definition of yield point for members in literature[22]

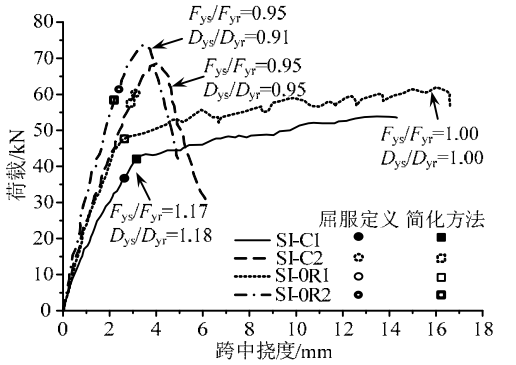
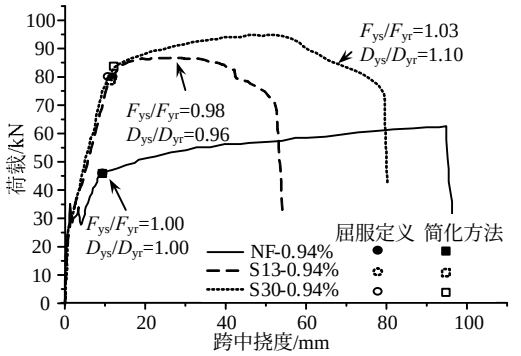
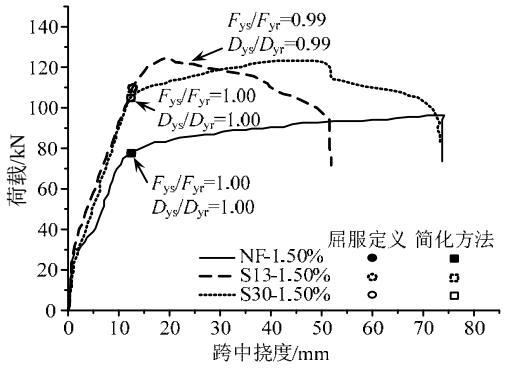


图 21 文献[23]中构件屈服点的确定

Fig.21 Definition of yield point for members in literature[23]



(a) 试件 NF-0.94%、S13-0.94%、S30-0.94%



(b) 试件 NF-1.50%、S13-1.50%、S30-1.50%

图 22 文献[24]中构件屈服点的确定

Fig.22 Definition of yield point for members in literature[24]

物理条件和应用条件，可分为两步，如图 6：第 1 步(应用条件)，根据工程实际使用需求和设计目标，判定结构中各构件的各项力学行为在正常使用时是否允许发生；第 2 步(物理条件)：除构件允许发生的力学行为外，结构在某特定荷载作用下，结构中某构件部分或全部率先到达构件屈服点时所对应构件抗力(P-Δ)曲线上的点，称为结构的屈服点。

如可更换连梁和不可更换连梁剪力墙：如可更换连梁和不可更换连梁剪力墙：传统的不可更换连梁剪力墙，连梁往往设计得较强，当连梁进入屈服时即可认为整体剪力墙结构进入屈服。文献[25—27]研究的新型可更换连梁的剪力墙结构，连梁设计的较弱，在地震作用下容易进入屈服状态而能够增加整体结构的耗能能力，因此小震时连梁的屈服不作为控制整体剪力墙结构进入屈服的条件。该例表明上述结构屈服点的定义能够较为合理地描述当前结构屈服点确定的实际过程。

5.2 最远点法及验证

同样，对于结构的荷载位移曲线，在一般情况下上面所提出的屈服点定义的最远点法也可以适用。

文献[28]测试了若干钢筋混凝土框架结构。根据试验结果由上述屈服定义确定的结构屈服为钢筋屈服，与最远点法确定的屈服荷载比较如表 2 所示，图 23 给出了框架结构由上述屈服定义和最远点法确定的屈服点及屈服荷载和屈服位移的比值(图中 F_{yr}、D_{yr} 为由上述屈服定义确定的屈服荷载和屈服位移；F_{ys}、D_{ys} 为由最远点法确定的屈服荷载和屈服位移)，表明最远点法可用于确定结构屈服点。

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2　由屈服定义、最远点法确定文献[28]中结构的屈服荷载

Table 2　Determination of yielding load for structures from literature[28] based on definition and farthest point method

文献	试件类型	试件名	控制材料	屈服荷载/kN	
				屈服定义	最远点法
[28]	钢筋混凝土框架	F50	钢筋	69.22	63.98
		F100-1	钢筋	72.37	68.86
		F100-2	钢筋	76.21	75.01

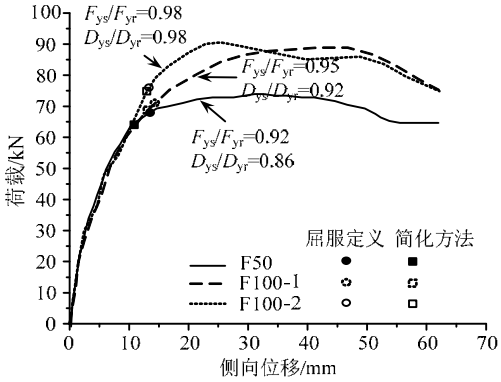


图 23　文献[28]中结构屈服点的确定

Fig.23　Definition of yield point for structures in literature[28]

6　结论

屈服点在工程研究及设计中有重要意义，但至今没有统一和明确的表述，本文对此进行了讨论。主要结论如下。

(1) 在材料层面，给出了屈服点的统一表述；在构件和结构层面，基于物理条件和应用条件明确了屈服点的定义流程。

(2) 针对实际情况中部分构件、结构根据屈服定义确定屈服点难以操作的问题，提出了一种易于操作的简化方法：最远点法，该方法与已有的等能量法和作图法相比，对双线性构件能取到较合理的屈服点，适用性较广且便于电算。

(3) 在构件和结构层面，通过一系列的案例验证说明了由屈服定义和最远点法确定的屈服点接近，验证了最远点法在实际操作过程中的可行性。

参考文献：

[1] 叶列平，陆新征，冯鹏. 高强高性能工程结构材料与现代工程结构及其设计理论的发展[C]. 第一届结构工程新进展国际论坛，北京：中国建筑工业出版社，2006: 208—250.
Ye Lieping, Lu Xinzheng, Feng Peng. Development of high strength and high performance structural materials and structures and modern engineering design theory [C]. The first International Forum on Advances in Structural Engineering (2006), Beijing: Construction Industry Press of China, 2006: 208—250. (in Chinese)

[2] 过镇海，时旭东. 钢筋混凝土原理和分析[M]. 北京：清华大学出版社, 2003: 163—337.
Guo Zhenhai, Shi Xudong. Theory and analysis of reinforced concrete [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 163—337. (in Chinese)

[3] Park R. State of the art report ductility evaluation from laboratory and analytical testing [C]. Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Kyoto, Japan, 1988: 605—616.

[4] Eurocode 3: Design of steel structures part 1-8 [S]. European Committee for Standardization, 2002.

[5] Huang M S, Liu Y H, Sheng D C. Simulation of yielding and stress-stain behavior of Shanghai soft clay [J]. Computers and Geotechnics, 2011, 38(3): 341—353.

[6] 凌树森. 金属材料在拉伸条件下不同屈服形态的原因探讨[J]. 理化检验, 1997, 33(6): 25—28.
Lin Shusen. Study on the reason of different yielding mode of metallic materials under the tension loading [J]. Physical and Chemical Test, 1997, 33(6): 25—28. (in Chinese)

[7] 陈惠发. 弹性与塑性力学[M]. 余天庆，译. 北京：中国建筑工业出版社, 2006: 216—239.
Chen Huifa. Elasticity and plasticity [M]. Translated by Yu Tianqing. Beijing: China Architecture Industry Press, 2006: 216—239. (in Chinese)

[8] GB 50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京：中国建筑工业出版社, 2010.
GB 50010-2010, Code for design of concrete structure [S]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2010. (in Chinese)

[9] Candappa D C, Sanjayan J G, Setunge S. Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2001, 13(3): 209—215.

[10] 江见鲸，陆新征. 混凝土结构有限元分析[M]. 北京：清华大学出版社, 2013: 54—74.
Jiang Jianjing, Lu Xinzheng. Finite element analysis of concrete structures [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 54—74. (in Chinese)

[11] 冯鹏，陆新征，叶列平. 纤维增强复合材料建设工程应用技术[M]. 北京：中国建筑工业出版社，2011: 41—43.
Feng Peng, Lu Xinzheng, Ye Lieping. Application of fiber reinforced polymer in construction [M]. Beijing: Construction Industry Press of China, 2011: 41—43. (in Chinese)

[12] 冯鹏，叶列平. GFRP 空心板静载试验研究及分析[J]. 工业建筑, 2004, 34(4): 15—18.
Feng Peng, Ye Lieping. Analysis and experimental study of statically loaded GFRP hollow slab [J]. Industrial Construction, 2004, 34(4): 15—18. (in Chinese)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[13] Tarek H Almusallam, Yousef A Al-Salloum. Ultimate strength prediction for RC beams externally strengthened by composite materials [J]. Composites Part B Engineering, 2001, 32(7): 609—619.

[14] 叶列平, 方团卿, 杨勇新, 等. 碳纤维布在混凝土梁受弯加固中抗剥离性能的试验研究[J]. 建筑结构, 2003, 33(2): 61—65.
Ye Lieping, Fang Tuanqing, Yang Yongxin, et al. Experimental research of flexural debonding Performances about RC beams strengthened with CFRP sheets [J]. Building Structure, 2003, 33(2): 61—65. (in Chinese)

[15] Yuan Weibin, Yang Junjie, Experimental and numerical studies of short concrete filled double skin composite tube columns under axially compressive loads [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2013, 80(1): 23—31.

[16] Feng Peng, Cheng Shi, Bai Yu, Ye Lieping, Mechanical behavior of concrete filled square steel tube with FRP confined concrete core subjected to axial compression [J]. Composite Structures, 2015, 123: 312—324.

[17] Cheng Shi, Feng Peng, Bai Yu, et al. Load-strain model for steel-concrete-FRP-concrete columns in axial compression [J]. Journal of Composites for Construction, 2016, 20(5): 04016017-1—04016017-12.

[18] 冯鹏, 叶列平, 黄羽立. 受弯构件的变形性与新的性能指标的研究[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 28—36.
Feng Peng, Ye Lieping, Huang Yuli. Deformability and new performance indices of flexural members [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(6): 28 — 36. (in Chinese)

[19] 叶列平, 冯鹏, 林旭川, 齐玉军. 配置FRP的结构构件的安全储备指标及分析[J]. 土木工程学报, 2009, 42(9): 21—31.
Ye Lieping, Feng Peng, Lin Xuchuan, Qi Yujun. Analysis of safety margin indices for structural members with FRP [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(9): 21—31. (in Chinese)

[20] Ayman Mosallam, Hussein M Elsanadedy, Tarek H Almusallam, Yousef A Al-Salloum, Saleh H Alsayed. Structural evaluation of reinforced concrete beams strengthened with innovative bolted/bonded advanced FRP composites sandwich panels [J]. Composite Structures, 2015, 124: 421—440.

[21] Rabinovitch O, Frostig Y, Experiments and analytical comparison of RC beams strengthened with CFRP composites [J]. Composites Part B: Engineering, 2003, 34(8): 663—677.

[22] Okan Ozcan, Baris Binici, Guney Ozcebe. Improving seismic performance of deficient reinforced concrete columns using carbon fiber reinforced polymers [J]. Engineering Structures, 2008, 30(6): 1632—1646.

[23] Hamdy Mohy El-Din Afefy, Mohamed Hussein Mahmoud, Structural performance of RC slabs provided by pre-cast ECC strips in tension cover zone [J]. Construction and Building Materials, 2014, 65(13): 103—113.

[24] Doo-Yeol Yoo, Young-Soo Yoon. Structural performance of ultra-high-performance concrete beams with different steel fibers [J]. Engineering Structures, 2015, 102: 409—423.

[25] Fortney P J, Shahrooz B M, Rassati G A. Large-scale testing of a replaceable “fuse” steel coupling beam [J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133(12): 1801—1807.

[26] 纪晓东, 钱稼茹. 震后功能可快速恢复联肢剪力墙研究[J]. 工程力学, 2015, 32(10): 1—8.
Ji Xiaodong, Qian Jiaru. Study of earthquake-resilient coupled shear walls [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(10): 1—8. (in Chinese)

[27] 缪志伟, 叶列平. 钢筋混凝土框架-联肢剪力墙结构的地震能量分布研究[J]. 工程力学, 2010, 27(2): 130—141.
Miao Zhiwei, Ye Lieping. Study on distribution of cumulative hysteretic energy in reinforced concrete frame-coupled shear wall [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(2): 130—141. (in Chinese)

[28] 孙跃东. 再生混凝土框架抗震性能试验研究[D]. 上海: 同济大学, 2006.
Sun Yuedong. Experimental research on seismic behavior of recycled concrete frame [D]. Shanghai: Tongji University, 2006. (in Chinese)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net